Mathématiques et sciences humaines
Mathematics and social sciences

159 | Automne 2002
Varia

Qui a peur de l'arithmétique ?

Who is afraid of arithmetic?

Jean-Marc Rohrbasser

Édition électronique
URL : http://journals.openedition.org/msh/2863
DOI : 10.4000/msh.2863
ISSN : 1950-6821

Éditeur
Centre d'analyse et de mathématique sociales de l'EHESS

Édition imprimée
Date de publication : 1 septembre 2002
ISSN : 0987-6936

Référence électronique
Jean-Marc Rohrbasser, « Qui a peur de l'arithmétique ? », *Mathématiques et sciences humaines* [En ligne], 159 | Automne 2002, mis en ligne le 10 février 2006, consulté le 01 mai 2019. URL : http://journals.openedition.org/msh/2863 ; DOI : 10.4000/msh.2863

Math. & Sci. hum., (40e année, n° 159, *2002*, p. 7-41)

QUI A PEUR DE L'ARITHMÉTIQUE ?
Les premiers essais de calcul sur les populations dans la seconde moitié du XVIIe siècle

Jean-Marc ROHRBASSER[1]

RÉSUMÉ – *On considère ici les premiers calculs, effectués dans la seconde moitié du XVIIe siècle et aussi élémentaires soient-ils, s'appliquant à la population. Peut-on, pour des raisons qui tiennent à la fois à la théorie et à la pratique, assigner une durée moyenne à la vie humaine ? À quelle vitesse s'accroît la population ? Les réponses données à ces questions typiques sont régies par une hypothèse de régularité de la nature, voire de l'intention divine, une hypothèse sous-jacente d'ordre : il est possible, dans ces phénomènes, de déceler une loi à l'œuvre. Dans cette perspective, on étudie la mortalité, avec Graunt et Halley, la probabilité de la durée de la vie, avec les frères Huygens et Leibniz, et l'arithmétique du doublement de la population, avec Petty. Pour ces pionniers, on peut parler à juste titre d'une « arithmétique des populations » parfois probabiliste et toujours orientée vers des problèmes concrets, ceux, précisément, que se pose l'arithmétique politique, ce dernier terme devant être entendu comme ce qui est utile à la cité. C'est donc bien, avec cette esquisse, à la naissance de la statistique démographique que l'on assiste.*

MOTS-CLÉS – Arithmétique, Population, Loi de la Nature, Ordre, Mortalité, Probabilité de la durée de la vie, Dynamique des populations.

SUMMARY – Who is afraid of arithmetic? The first attempts to calculate population phenomena in the latter half of the 17th century

In this paper, we deal with the first calculations applied to population, even the most elementary ones, made in the latter half of the 17th century. Is it possible, theoretically and practically, to fix an average length of the human life? At what does the population increase? The answers to these typical questions are governed by an hypothesis of a regulated nature, perhaps by action of the divine will, and underlying hypothesis of order: it is possible to detect a law acting in these phenomena. We will examine, in turn, mortality with Graunt and Halley, the probability of the duration of life with the brothers Huygens and Leibniz, and the arithmetic of the doubling of the population with Petty. For these pioneers, one can with just cause speak of an "arithmetic of population", sometimes a probabilistic one, always focussing on concrete problems which, precisely, are stirred up by political arithmetic, that is to say considerations which are useful to the state. This paper presents the true birth of demographic statistics.

KEYWORDS – Arithmetic, Population, Law of Nature, Order, Mortality, Probability of the duration of life, Population dynamics.

[1] Institut national d'études démographiques (INED) 133, bd Davout 75980 Paris cedex 20, e-mail : rohrbass@ined.fr.

Envisager les débuts de la « démographie mathématique », c'est d'abord se demander ce que l'on entend par là. Le terme « démographie » n'existant pas dans la seconde moitié du XVII^e^ siècle, on prendra en considération des questions de population envisagées sous un angle quantitatif. Il y aura « démographie mathématique » dès qu'il y aura calcul, aussi élémentaire soit-il, s'appliquant à la population. Il ne s'agit donc pas ici des questions soulevées par la collecte des données, mais d'une « arithmétique de la population » dont les résultats permettent d'ailleurs de revenir sur la pertinence et l'adéquation desdites données. Peut-on, pour des raisons qui tiennent à la fois à la théorie et à la pratique, assigner une durée moyenne à la vie humaine ? À quelle vitesse s'accroît la population ? Les réponses données à ces questions typiques sont régies par une hypothèse de régularité de la nature, voire de l'intention divine, une hypothèse sous-jacente d'ordre : il est possible, dans ces phénomènes, de déceler une loi à l'œuvre. Ces principes se trouvent dans l'œuvre de Graunt. On en verra les premiers développements sous trois formes : ordre de la mortalité, probabilité de la durée de la vie et arithmétique du doublement de la population.

I. MORTALITÉ

1.1. JOHN GRAUNT (1620-1674)

Quelles que soient leurs préoccupations particulières, les démographes actuels tombent d'accord sur la caractéristique essentielle de l'ouvrage de Graunt : la recherche de régularités dans la mortalité et la fécondité. L'auteur des *Observations* entreprend une étude statistique des *Bills of mortality* de Londres qui donnent les décès par causes et non par âge.

Par exemple, en ce qui concerne les avortons et les mort-nés, les données suggèrent que ce n'est pas un défaut dans l'enregistrement des décès mais bien plutôt l'incomplétude de l'enregistrement des naissances – c'est-à-dire des enfants baptisés – qui est cause d'erreurs. En effet, les données brutes indiquent un nombre constant d'avortons et de mort-nés en même temps qu'un nombre décroissant de baptêmes[2] :

> *Le nombre d'avortons et de mort-nés est égal à peu près au vingtième du nombre des baptisés, et les chiffres semblent avoir été les mêmes il y a trente ans qu'aujourd'hui, ce qui montre qu'il y en avait proportionnellement plus à cette époque que maintenant, ou bien que, dans ces dernières années, on n'a pas tenu un compte exact du nombre des avortons, ceux-ci ayant été enterrés sans déclaration et peut-être pas dans les cimetières.*
>
> *Qu'il y ait eu de la négligence dans les comptes des baptêmes, cela est très certain car, jusqu'à l'année 1642, nous trouvons que le nombre d'enterrements est seulement égal à celui des baptêmes, ou à peu près, mais en 1648, quand les divisions religieuses eurent changé le gouvernement, le*

[2] J. Graunt, *Natural and Political Observations mentioned in a following Index and made upon the Bills of Mortality…*, London, 1662. Trad. E. Vilquin, Paris, 1977. Ici, III, 39-40, p. 75. Le texte original figure en annexe.

nombre des baptêmes n'était plus égal qu'aux deux tiers de celui des enterrements. Et, en 1659, il n'était pas égal à la moitié puisqu'il y avait 14 720 enterrements (dont 36 seulement dus à la Peste) et seulement 5 670 baptêmes. Cette grande disproportion ne peut avoir eu d'autre cause que celle mentionnée plus haut, car elle a augmenté en même temps que les confusions et les changements.

En prenant l'année 1631 comme base (410 avortons et 8 524 baptêmes), le rapport des avortons aux baptêmes est de 1/20e. Si ce rapport est supposé constant, il devrait y avoir eu environ 8 500 baptisés en 1659 (il y avait 421 avortons) au lieu des 5 690 enregistrés. On peut également obtenir une estimation par les nombres de femmes mortes en couches, ces cas étant mieux enregistrés que les avortons et les mort-nés. En 1631, il y avait 112 de ces mortes et 226 en 1659. Si cette mortalité est constante, cela implique un nombre de baptisés plus de deux fois plus élevé en 1659.

Cette technique du multiplicateur – un rapport supposé constant qui permet d'estimer une quantité inconnue à partir d'une quantité empiriquement donnée – est caractéristique de cette arithmétique des populations qu'inaugure l'ouvrage de Graunt. On notera que l'auteur procède à une analyse purement factuelle de type expérimental.

Graunt tente de déterminer la loi brute de la mortalité « l'ordre de la mortalité » à Londres et à la campagne. Il mesure la mortalité différentielle de ces lieux avec, là encore, divers multiplicateurs. Puis il examine la mortalité à la naissance et dans l'enfance[3] :

[...] notre première observation sur les causes de décès sera que, dans une période de vingt ans où 229 250 personnes sont mortes de toutes sortes de maladies et d'accidents, 71 124 sont mortes de l'aphte, de convulsions, du rachitisme, de la poussée des dents, des vers, par avortement, avant d'être baptisées, en bas âge, d'hypertrophie du foie ou d'étouffement, c'est-à-dire qu'un tiers environ est mort de ces maladies que nous supposons s'être toutes abattues sur les enfants au-dessous de 4 ou 5 ans.

Il est aussi mort 12 210 personnes de variole, de varicelle, de rougeole et des vers sans convulsions ; nous supposons de même qu'environ la moitié de ce nombre pouvait être constituée d'enfants au-dessous de 6 ans. Or, si nous considérons que 16 000 personnes sur ces 229 250 sont mortes de la cause importante et extraordinaire qu'est la peste, nous verrons qu'environ 36 % de tous les individus conçus et animés sont morts avant 6 ans.[4]

Ces 36 % se retrouvent dans la table de survie (Tableau 1) dont la racine de 100 est constituée par les « individus conçus et animés » ; les avortons et mort-nés y sont donc comptés comme morts.

[3] J. Graunt 1662, II, 12-13, p. 61-63.

[4] Il s'agit des *quick conceptions*. Graunt, comme ses contemporains, situe le début de la vie au moment où le fœtus commence à bouger.

Tableau 1. Série des survivants et des décès d'après la table de Graunt

Age (en années)	Décès	Survivants
0		100
	36	
6		64
	24	
16		40
	15	
26		25
	9	
36		16
	6	
46		10
	4	
56		6
	3	
66		3
	2	
76		1
	1	
80		0

Le premier chiffre étant donné, on peut retenir l'hypothèse de Hervé Le Bras : selon lui, la suite découlerait d'une série qui serait l'œuvre de Petty[5] :

> *[…] il faut maintenant essayer de refaire les mêmes gestes que l'auteur des Observations, c'est-à-dire calculer six moyennes proportionnelles entre 1 et 64. Le chiffre de départ, 64, peut mettre sur la piste : il est la puissance sixième de 2 […] Il était très simple […] de prendre comme raison de sa série géométrique 64/100, car d'une étape à la suivante, cela revenait à multiplier la valeur atteinte six fois par deux puis à supprimer les deux derniers chiffres, ce qui correspond à une division par cent en notation décimale.*

Quel pouvait être le but de la table de Graunt ? Il est probable que le capitaine avait en vue une estimation des *hommes en état de porter les armes* à Londres. Graunt ne se réfère plus à sa table après avoir évalué le nombre de mâles vivant entre 16 et 56 ans[6] :

> *Il s'ensuit […] que, de tous ceux qui ont été conçus, il y a actuellement 40% de survivants au-dessus de 16 ans, 25 au-dessus de 26 ans et ainsi de suite, comme dans la table précédente. Donc, entre 16 et 56 ans, il y a 40 moins 6, soit 34 individus ; entre 26 et 66 ans, il y en a 25 moins 3, soit 22 et ainsi de suite[7].*

---

[5] H. Le Bras, *Naissance de la mortalité*, Paris, 2000, p. 92.

[6] J. Graunt 1662, XI, 11, p. 107.

[7] Ce calcul ne vaut que dans une population stationnaire. Les 34 décédés entre 16 et 56 ans sont, dans ces conditions, « remplacés » âge après âge par un nombre égal de survivants. La proportion trouvée par Halley à Breslau, entre 18 et 56 ans, est à peu près de 26,5 %.

> *Donc, [la proportion de] ceux qui ont entre 16 et 56 ans étant 34 [pour cent], en supposant qu'il y ait 199 112 hommes, il s'ensuit qu'il y a, à Londres, 34 % de tous ces hommes qui sont en état de porter les armes, ce qui fait 67 694, soit près de 70 000. Je laisse à d'autres la vérification de l'exactitude de ce chiffre. Il faut seulement ajouter 1/5 de 67 694, soit 13 539, pour Westminster, Stepney, Lambeth et les autres paroisses éloignées, ce qui fait en tout 81233 hommes en état de porter les armes.*

Sans autre forme de procès, au paragraphe 12 de ce même onzième chapitre, Graunt passe au temps que demande le doublement de la population de Londres. Il indique 7 ou 8 ans, sans autre précision, mais ajoute ceci, qui annonce les spéculations de Petty (voir ci-après)[8] :

> *[…] un couple, soit Adam et Eve, doublant tous les 64 ans pendant les 5610 années qui sont l'âge du monde suivant les Ecritures, produira une population beaucoup plus nombreuse que celle qui existe actuellement. Donc le monde n'a pas plus de 100 000 ans, comme certains prétentieux l'imaginent, et n'est pas plus vieux que le font les Ecritures.*

1. 2. EDMUND HALLEY (1656-1742)

Après avoir établi que la construction de l'ordre de la mortalité nécessite une population fermée (sans mouvements migratoires) et stationnaire (le taux d'accroissement annuel est nul : il naît chaque année un nombre constant d'individus), et justifié l'utilisation des données de Breslau fournies par Caspar Neumann[9], pour les années 1687-1691, Halley en déduit ceci[10] :

> *Il appert que, dans les cinq années mentionnées, savoir de 87 à 91 inclusivement, 6 193 personnes sont nées, et 5 869 ont été enterrées ; c'est-à-dire, par an, 1 238 nés et 1 174 enterrés ; d'où l'on peut arguer d'un accroissement du peuple de 64 par an, ou d'à peu près la 20^e^ partie, ce que, peut-être, compensent les levées pour le service de l'empereur en ses guerres. Mais ceci étant contingent, alors que les naissances sont certaines, je supposerai le peuple de Breslau croître annuellement de 1238 naissances. De ces dernières, il appert des mêmes tables que 348 meurent par an dans la première année de leur âge, et que seulement 890 parviennent à une pleine année d'âge ; et, de même, que 198, pris selon un milieu, meurent dans les cinq années comprises entre 1 et 6 accomplies ; de sorte que seulement 692 d'entre les personnes nées survivent six années entières. A partir de cet âge, les enfants, parvenus à quelque degré de robustesse, deviennent de moins en moins sujets à la mort ; et il appert que, de tout le peuple de Breslau, il en meurt par an comme dans la table suivante, dans laquelle la ligne supérieure*

[8] J. Graunt, 1662, XI, 13, p. 108.

[9] Les données de Caspar Neumann sont reproduites dans Julius Graetzer, *Edmund Halley und Caspar Neumann, Ein Beitrag zur Geschichte der Bevölkerungs-Statistik*, Breslau, 1883.

[10] E. Halley, « An Estimate of the Degrees of the Mortality of Mankind, drawn from curious Tables of the Births and Funeral's at the City of Breslaw ; with an Attempt to ascertain the Price of Annuities upon Lives ». *Philosophical Transactions* For the Year 1693, p. 596-610. Ici, p. 598.

montre l'âge, et la ligne immédiatement inférieure le nombre de personnes de cet âge mourant par an.»

D'où Halley tire une première table (Figure 1, en annexe p. 34) avec cette explication[11] :

Et là où il n'y a pas de chiffre au-dessus, il faut comprendre que ce sont les personnes qui meurent entre les âges de la colonne précédente et suivante.

Le Tableau, en annexe p. 35 présente une comparaison du nombre des décès selon les données de Neumann et selon la table de Halley.

Halley présente une seconde table (Figure 2, en annexe p. 36)[12] :

D'après ces considérations, j'ai formé la table ci-jointe dont l'utilité est multiple : elle donne une idée beaucoup plus juste de l'état et de la condition de l'espèce humaine qu'aucune autre chose que je connaisse. Elle montre le nombre des personnes de tous âges dans la ville de Breslau, depuis la naissance jusqu'à l'âge le plus avancé, et par là montre les chances de mourir à tous âges […]

C'est une table de survivants. Les décès sont calculés dans le Tableau, en annexe p. 37.

Comment Halley obtient-il ces chiffres ? Voici une discussion de ce que propose A. Hald[13]. Soit S_x les survivants à la fin d'une année calendaire et s_x les survivants aux âges exacts, Halley donne s_0 = 1 238 (racine), $d_{0,\,1}$ = 348 (nombre de décès entre 0 et 1 an exacts), s_1 = 890 (survivants à 1 an exact), $d_{1,\,\underline{6}}$ = 198 (décès de 1 an exact à 6 ans révolus, mais pas à 6 ans exacts), S_6 = 692 (survivants à 6 ans révolus, c'est-à-dire à la fin de la septième année calendaire). La seconde table donne les survivants en S_x (c'est-à-dire en âges révolus ou à la fin de chaque année calendaire). Halley répartit les 198 décès entre 1 an exact et 6 ans révolus selon une proportion qui reste à découvrir. En effet, ayant s_1 = 890 survivants à 1 an exact, comment passe-t-il à S_2 = 855 survivants à 1 an révolu (c'est-à-dire à la fin de la deuxième année calendaire) ? (Tableau 2). Selon Hald, les 35 décès entre s_1 et S_2 seraient reproduits pour passer à s_2. Halley répartirait par moitié les décès entre deux âges révolus. Ce qui donne 22 décès entre s_2 et S_3. Mais, là encore, d'où sort ce chiffre ? Etc. Il est évident que Halley, conduit par une hypothèse de régularité, a « lissé » ses résultats[14].

[11] E. Halley, 1693, p. 599.

[12] E. Halley, 1693, p. 600.

[13] A. Hald, *A History of Probability and Statistics and Their Applications before 1750*, New York, 1990, IX, p. 137, suivant R. Böckh, « Halley als Statistiker », *Bulletin de l'Institut international de Statistique*, n° 7, 1893, p. 1-24. Cf. un diagramme de Lexis, Figure 3, en annexe, p. 38

[14] À noter que, suivant les chiffres de Neumann, $d_{0,\,1}$ = 353, et $d_{1,\,\underline{6}}$ = 189.

Tableau 2. Détail hypothétique de la seconde table de Halley

S_x	Survivants aux âges exacts	S_x	Survivants à la fin de l'année calendaire	Décès
0	1238			238
		1	1000	
1	890			110
		2	855	
2	820			35
		3	798	
3	776			22
		4	760	
4	744			16
		5	732	
5	720			12
		6	710	
6	700			10
		7	692	
7	684			8
		8	680	
8	676			4
			670	

2. PROBABILITÉ

2. 1. LODEWIJK (1631-1699) ET CHRISTIAAN HUYGENS (1629-1695)

Dans une lettre du 22 août 1669, Lodewijk Huygens, se référant aux données publiées par Graunt sept ans plus tôt (Tableau 1), estime « Jusqu'à quel aage doibt vivre naturellement un enfant aussi tost qu'il est conceu »[15]. Il entend calculer aussi la vie moyenne pour d'autres âges[16], ceux pour lesquels Graunt a établi le nombre de survivants.

La première objection que Christiaan adresse à son frère est de ne pas raisonner de manière suffisamment précise : il conviendrait de déterminer le calcul des âges « au vray » en se fondant sur des données pour chaque année d'âge (au lieu des 6 ans, 16 ans, etc. de Graunt). Sans connaître la méthode de son frère, Christiaan considère que ses résultats souffrent d'« à peu pres » et suggère une interprétation probabiliste des données de Graunt : miser sur la survie à 16 ans d'un enfant qui vient de naître serait prendre un mauvais parti. La probabilité de décéder entre la conception et l'âge de 16

[15] « Correspondance de 1669 », *Œuvres complètes de Christiaan Huygens…* Tome sixième, La Haye, 1895, p. 482-539. Lodewijk retient comme âge limite de la vie humaine 86 ans, au lieu des 80 retenus par Graunt.

[16] Les calculs concernent « un enfant de 6. ans, puis un de 16. ans, de 26. etc. ».

ans est en effet supérieure à celle de survivre[17]. Christiaan raisonne donc avant tout en termes de pari[18]. Il note que quiconque miserait sur la survie à 16 ans d'un enfant qui vient de naître « hazarderoit 4 contre 3 »[19] et qu'il en serait de même pour un pari sur la survie à 36 ans d'une personne de 16 ans[20].

Lodewijk convient, dans sa lettre du 30 octobre, que son calcul « n'est pas tout à fait juste » mais estime que les données de Graunt ne permettent pas de faire mieux. Pour en convaincre son frère, il cite une remarque de l'Anglais lui même, selon lequel « les nombres suivants sont pratiquement assez proches de la vérité, car les hommes ne meurent pas selon des proportions exactes ni en fractions »[21]. Cette citation est toutefois invoquée dans un esprit différent de celui de Graunt : ce dernier utilise l'argument pour soutenir que les nombres de survivants présentés permettent de se rapprocher de la « vérité »[22].

La méthode d'estimation de la vie moyenne proposée par Lodewijk consiste à calculer la somme des années vécues par les personnes décédant à chaque âge puis à rapporter cette somme à la population de départ (Tableau 3) :

Tableau 3. Calcul des années vécues selon Lodewijk Huygens

Âges (en années)	Décès entre deux âges	Age moyen au décès (en années)	Années vécues
0	36	3	108
6	24	11	264
16	15	21	315
26	9	31	279
36	6	41	246
46	4	51	204
56	3	61	183
66	2	71	142
76	1	81	81
			1822

[17] Puisque, selon Graunt, dont Christiaan détient également les données (« ce que je puis conclure de certain par les donnez de la table [de l'Anglois] »), sur 100 conceptions, 40 personnes survivent à 16 ans alors que 60 décèdent entre la naissance et cet âge.

[18] On remarque que les données de Graunt permettent à Christiaan d'être « certain » des conclusions qu'il tire de la table, à savoir les chances de survie à différents âges.

[19] En simplifiant les rapports, Christiaan commet une erreur puisqu'il parle de hasarder 4 contre 3 alors que, en réalité, on hasarderait 2 contre 3.

[20] Sur 100 personnes à la naissance, 40 survivent à 16 ans tandis que 60 décèdent entre 0 et 16 ans ; le pari sur la survie est par conséquent de 40 contre 60 soit 2 contre 3. Sur 40 personnes survivant à 16 ans, 16 survivent à 36 ans tandis que 24 décèdent entre 16 et 36 ans ; le pari sur la survie est de 16 contre 24 soit, encore, 2 contre 3.

[21] J. Graunt, 1662, XI, 9, p. 69 : « for men do not die in exact Proportions, nor in Fractions ». Lodewijk cite le texte original.

[22] J. Graunt, 1662, XI, 9, p. 69 : « the numbers following are practically near enough to the truth ». Lodewijk cite le texte original.

> *Ces 1 822. ans [somme obtenue en totalisant les années vécues] partagez esgalement entre 100. personnes il vient pour chacun 18. ans et environ 2. mois, qui est l'aage de chaque personne créee ou conceüe, l'une portant l'autre.*

Cette lettre du 30 octobre présente en outre une généralisation du calcul de la vie moyenne aux années restant à vivre à chaque âge. Lodewijk considère alors la somme des années vécues depuis l'âge en question jusqu'à la fin de la vie et il la rapporte au nombre de survivants à cet âge. Par économie de calcul, il procède par soustractions successives, ôtant de 1 822 ans les années vécues par ceux qui ont décédé avant l'âge pour lequel est calculée l'espérance de vie. Pour le calcul de la vie moyenne à l'âge de 6 ans, il procède de la manière suivante :

> *J'oste premierement les 108. ans (qui est l'aage des 36. enfans qui meurent au dessoubs des 6. ans) de tout ce nombre de 1822 ans ; reste 1 714. ans lesquels doivent estre partagez entre les 64. personnes qui restent [...].*

De même, l'espérance de vie à 16 ans s'obtient en retranchant les 264 années vécues entre 6 et 16 ans des 1 714 années vécues entre 6 ans et la fin de la vie ; le total obtenu, soit 1 450 ans, est à rapporter aux 40 survivants à cet âge, etc. (Tableau 4).

Tableau 4. « Reste de vie » selon l'âge (d'après Lodewijk Huygens)

Âge (en années)	« Reste de vie »
0	18 ans 2 mois
6	20 ans 10 mois
16	20 ans 3 mois
26	19 ans 4 mois
36	17 ans 6 mois
46	15 ans
56	12 ans 8 mois
66	8 ans 4 mois
76	5 ans
86	0

Lodewijk estime que « la partie est environ esgale, lors qu'on gage qu'une personne de 6. ou une de 16. vivront environ encor 20. ans ». Etranger à la démarche probabiliste de son frère, il procède exclusivement en calculant des moyennes, l'expression utilisée de « l'une portant l'autre » le prouve clairement.

Christiaan reprend les mêmes données mais le traitement qu'il en fait est différent. Il conteste la validité de la moyenne pour traiter une telle question, à cause de la possibilité d'une forte *dispersion* autour de ladite moyenne. Or, cette dispersion n'est, selon Christiaan, pas sans signification en terme de pari, c'est à dire en termes de calcul de chances. Dire, comme Lodewijk, que 100 personnes vivant collectivement 1822 années ont une vie moyenne de 18 ans et 2 mois, c'est laisser entendre que la majorité de ces personnes vivra effectivement ce nombre d’années. L’objection de Christiaan consiste à imaginer que sur ces 100 personnes 90 meurent avant d’atteindre l’âge de 6 ans, tandis que les 10 autres vivent jusqu'à 152 ans et 2 mois. Dans ce cas, la somme des années vécues par les 100 personnes est toujours de 1822 ans mais personne ne vit réellement 18 ans et 2 mois[23].

Ce qui importe à Christiaan est moins de savoir combien de temps vivent les personnes considérées que de connaître la probabilité d’atteindre cet âge moyen. Si 10 personnes seulement atteignent, et dépassent, cet âge de 18 ans et 2 mois, cela signifie bien que le plus grand nombre ne dépasse pas l’âge de 6 ans : la probabilité d’atteindre seulement cet âge est par conséquent très faible : « [...] qui gageroit, qu’un enfant conceu parviendroit alors a l’age de 6 ans seulement auroit grand desavantage, puis que de 10 il n’y a qu’un qui y parvient »[24].

L’approche probabiliste de Christiaan le conduit à raisonner en termes de « partie égale ». Quand, sur 100 personnes à la naissance, 40 sont encore en vie à 16 ans, pour « gager avec egal avantage » écrit-il, il faut parier à 2 contre 3 sur leur survie (40 survivants contre 60 décès). Christiaan convertit alors toutes les données de Graunt en rapports de chances ce qui le conduit à considérer les chiffres de mortalité de Graunt comme des probabilités intemporelles, au même titre que celles de l’apparition d’une face donnée au jeu de dé.

Comme les chances de survivre 20 ans, ne sont, à 6 et 16 ans, pas rigoureusement les mêmes, Christiaan estime, contrairement à son frère, la partie inégale. En effet :

- entre 6 et 26 ans, on compte 39 décès. Comme 25 personnes survivent à 26 ans, les chances pour une personne de 6 ans de vivre au moins 20 ans sont de 25 contre 39 ;
- entre 16 et 36 ans, on compte 24 décès. Comme 16 personnes survivent à 36 ans, les chances pour une personne de 16 ans de vivre au moins 20 ans sont de 16 contre 24 ou 2 contre 3.

Par conséquent, il y a 25 chances sur 39 de vivre au moins 20 ans quand on a 6 ans et 26 chances sur 39 quand on a 16 ans. Pour Lodewijk, la différence est faible, mais, pour Christiaan, cet argument n’est pas fondé puisque les données montrent qu’il est « certain »[25] qu’une différence existe : « il est un peu plus apparent [c’est à dire plus probable] pour un de 16 ans que pour un de 6 de vivre encore 20 ans »[26].

---

[23] Il est à remarquer que (90 × 3) + (10 × 152,2) = 1792 et non 1822. L’âge au décès des 10 personnes qui vivent doit être de 155,2 ans au lieu de 152,2 ans.
[24] Christiaan à Lodewijk, 21 novembre 1669.
[25] Dans le début de son traité de calcul des probabilités, Christiaan Huygens précise que son objet est de « calculer avec certitude » le rapport des chances (cf. *Oeuvres complètes de Christiann Huygens*, tome quatorzième, p. 60).
[26] Christiaan à Lodewijk, 21 novembre 1669.

Dans l'appendice à la lettre du 21 novembre 1669 (Tableau 5), Christiaan fait un calcul identique à celui de son frère (Tableau 4) mais la logique en est tout autre : afin de calculer l'espérance de vie, il pondère des années vécues par des « apparences ».

Tableau 5. Christiaan Huygens : pondération des durées de vie par le nombre de leurs « chances »

multipliez	36 par 3	fait	108
	24 par 11		264
	15 par 21		315
	9 par 31		279
	6 par 41		246
	4 par 51		204
	3 par 61		183
	2 par 71		142
	1 par 81		81
			1822

Lorsqu'il effectue, par exemple, la multiplication de 36 par 3, Lodewijk calcule les années vécues par ceux qui meurent avant l'âge de 6 ans. Quand Christiaan fait cette même opération, c'est pour calculer les chances de vivre 3 années[27].

> *Donc par ma regle des jeux de hazard[28] il faut multiplier chasque nombre des chances par les ans qu'elles donnent, et diviser la somme des produits, qui est icy 1822, par la somme de toutes les chances qui sont icy 100 »[29].*

Christiaan remarque lui même que son résultat est identique à celui de son frère mais que leurs méthodes sont différentes[30]. Il présente une courbe de l'espérance de vie en fonction de l'âge, à partir toujours des données de Graunt (cf. Figure 4, en annexe p. 38).

Le calcul de la vie moyenne étant à la base de l'estimation de la valeur des rentes viagères, Christiaan se livre, dans le premier appendice de sa lettre du 21 novembre 1669, à quelques exercices chiffrés d'évaluation du temps de survie d'une ou plusieurs personnes. Sa méthode combinatoire s'apparente à celle de Leibniz (cf. 2.2).

On se souvient que, dès l'échange du 28 août, Christiaan, au nom de la précision, souhaitait une table plus détaillée que celle de Graunt. Le 21 novembre, il annonce l'envoi d'une « ligne de vie » permettant de mesurer les années restant à vivre à chaque âge :

[27] Ces 3 ans représentent l'âge moyen au décès de ceux qui meurent entre 0 et 6 ans. Comme il s'agit, cette fois, d'une moyenne, Christiaan la justifie par l'expression consacrée de « l'un portant l'autre ».

[28] Cf. *Du calcul dans les jeux de hasard*, proposition III, *Œuvres…* 14, p. 64 et 66.

[29] Christiaan Huygens, appendice I, 21 novembre 1669.

[30] Christiaan à Lodewijk, 28 novembre 1669 : « [...] je trouve que nous avons tous deux raison en prenant la chose en différent sens ».

[…] j'ay supplée la petite table angloise, sans pourtant m'embarasser d'aucun calcul, mais en traçant une ligne courbe, sur la quelle avec le compas je mesure la vie de celuy qu'on veut[31].

Dans le second appendice à la lettre du 21 novembre, Christiaan commente le tracé de cette courbe de survie ajustée aux données de Graunt (cf. Figure 5, en annexe p. 39). Sa méthode graphique, simple, dispense de tout calcul. Il s'agit cette fois de la vie probable, ou vie médiane. Il ajoute dans la lettre du 28 novembre :

Ce sont donc deux choses differentes que l'esperance ou la valeur de l'aage futur d'une personne, et l'aage auquel il y a egale apparence qu'il parviendra ou ne parviendra pas. Le premier est pour régler les rentes a vie, et l'autre pour les gageures[32].

Cette distinction de la « vie moyenne » et de la « vie probable », aussi bien quant à leur concept qu'à leur application à des questions actuarielles, alimente un débat qui se poursuivra au XVIIIe siècle.

2. 2. Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)

Autour de 1680, Gottfried Wilhelm Leibniz s'intéresse aux questions de population dans une série de manuscrits publiés seulement au XIXe siècle. Dans sa réflexion sur le processus de mortalité, Leibniz se fixe trois hypothèses fondamentales. Une « longueur maximale de la vie humaine » est la première de ces trois hypothèses : l'âge de 81 ans, « le plus grand climacterique »[33], est défini comme correspondant aux « bornes ordinaires de la vie humaine ». Le philosophe se réfère aussi au Psaume 90, verset 10[34] : « les jours de nos années s'élèvent à soixante-dix ans, et, pour les plus robustes à quatre-vingts ans ». Une limite à la vie humaine est aussi constatée dans l'expérience : il est peu fréquent que les hommes dépassent l'âge de 80 ans.

Les deux autres hypothèses, centrales dans les raisonnements du philosophe sur la vie humaine, sont que tous les hommes sont considérés « d'une égale vivacité et toutes les années de la vie humaine comme également fatales à la nature humaine » [35]. L'égale vivacité, à chaque âge, est de même nature que l'équiprobabilité au jeu de dé et l'hypothèse d'années « également fatales » traduit une constance du nombre de décès à chaque âge[36].

---

[31] Christiaan à Lodewijk, 21 novembre 1669.

[32] Christiaan à Lodewijk, 28 novembre 1669.

[33] Une ancienne tradition voulait que certains âges, les années climatériques, soient plus mortels que d'autres : la grande climatérique correspond à l'âge de 63 ans (7 fois 9) et la plus grande climatérique à 81 ans (9 fois 9).

[34] Traduction de L. Segond.

[35] « Essay de quelques raisonnements nouveaux sur la vie humaine et sur le nombre des hommes, transcription », dans J.-M. Rohrbasser et J. Véron, *Leibniz et les raisonnements sur la vie humaine*, Paris, 2001, p. 110.

[36] La référence à des années climatériques semble contradictoire avec cette hypothèse d'années « également fatales » mais 81 ans est tout de même l'âge défini comme borne de la vie humaine.

Un schéma d'urne, que Leibniz n'utilise pas explicitement, mais auquel il semblerait parfois songer, permet de rendre compte du caractère probabiliste de ces deux hypothèses. Le processus de mortalité relèverait, dans l'urne de la vie, d'un tirage sans remise :

> *Prenons 81 enfans nés depuis peu, et considerons, qu'ils doivent tous mourir dans les 81 années suivantes, puisque nous avons supposé que pas un n'achevera 81 ans. Et comme nous avons supposé que toutes les années de la vie humaine sont egalement fatales, ils mourront d'une maniere égale et uniforme pendant ces 81 ans, c'est à dire chaque année il en mourra un, et ainsi 81 ans passés ils seront morts tous. Enfin comme nous les avons supposés tous d'une egale vivacité, ce sera comme si on tiroit au sort, pour sçavoir le quel doit mourir le premier le second, le troisieme, et ainsi de suite, puisqu'il n'y a pas plus d'apparence ou raison pour l'un que pour l'autre*[37].

Pour chaque personne le processus est aléatoire puisqu'elle n'a pas plus de raison de décéder qu'une autre, mais, d'un point de vue collectif, règne un déterminisme strict puisque l'une d'entre elles, et une seule, décède nécessairement à chaque âge.

Dans l'*Essay de quelques raisonnemens nouveaux sur la vie humaine*…, Leibniz présente un calcul de la vie moyenne fondé sur les âges aux décès possibles d'une même personne et précise, pour un enfant « nouvellement né », les cas également possibles de l'ensemble de ses durées de vie potentielles :

> *[si l'enfant] meurt dans la premiere année, il n'en a achevée aucune, et le nombre des années, qu'il acheve est 0. S'il meurt dans la seconde, il en a achevé une et le nombre de ses années est 1. S'il meurt dans la troisième le nombre de ces années est 2. et ainsi de suite, car nous negligeons les fractions ou parties d'année. Enfin s'il meurt dans la 81e année, son aage ou le nombre de ses années est 80. Ainsi nous avons 81 aages possibles ou estimations egalement apparentes de la vie humaine, sçavoir années, 0, 1, 2, 3, 4 etc., jusqu'à 80*[38].

À partir de ces éventualités, Leibniz calcule une espérance mathématique. La variable aléatoire est l'âge au décès, c'est à dire la durée de vie : 0 an, 1 an, 2 ans, etc. La probabilité – risque de décéder à un âge donné – constante, est de 1/81 :

$$0 \times \frac{1}{81} + 1 \times \frac{1}{81} + 2 \times \frac{1}{81} + 3 \times \frac{1}{81} + ... + 80 \times \frac{1}{81}$$

la vie moyenne est alors donnée par :

$$\frac{80 \times 81}{2 \times 81} = 40 \text{ ans}$$

[37] *Essay*, p. 110.
[38] *Essay*, p. 111.

La durée de vie d’une association constitue un autre cas d’incertitude que le calcul permet de réduire. La « longévité présomptive » d’un groupe formé par deux nouveau-nés, se mesure par la durée de vie du dernier survivant. Sachant que chacun de ces nouveau-nés peut « parcourir » l’ensemble des 81 durées de vie possibles – de 0 année vécue à 80 années vécues – on peut construire le tableau des « combinaisons » (*combinationes*) de leurs durées de vie (Tableau 6).

Tableau 6. Paires des durées de vie de deux nouveau-nés
et âge au décès du dernier survivant (tableau construit par Leibniz)[39].

0.0	0.1	0.2	0.3	0.4			etc.	0.80
(0)	(1)	(2)	(3)	(4)				(80)
	1.1	1.2	1.3	1.4			etc.	1.80
	(1)	(2)	(3)	(4)				(80)
		2.2	2.3	2.4			etc.	2.80
		(2)	(3)	(4)				(80)
			3.3	3.4			etc.	3.80
			(3)	(4)				(80)
							etc.	
								80.80
								(80)

Leibniz calcule la longévité moyenne de ce groupe en pondérant chaque longévité possible de l’association par sa probabilité :

> *Nous avons donc une longévité de : une fois zéro, deux fois un, trois fois deux, quatre fois trois etc. et finalement quatre-vingt-une fois quatre-vingts années, la somme de tous les cas sera donc :*
> *+ 1.2 + 2.3 + 3.4 + 4.5 etc. jusque 80.81 soit*
> *0 +2 + 6 + 12 + 20 etc. jusque 6480.*

La somme obtenue par l’addition des différentes longévités (« 0 +2 + 6 + 12 + 20 etc. jusque 6480 ») et rapportée au nombre total de longévités possibles $\left(\frac{81 \times 82}{2}\right)$, donne la « longévité moyenne ou présomptive » de deux nouveau-nés ; dans l’exemple

[39] Une ligne de ce tableau contient une valeur donnée de la durée de vie de l’un des nouveau-nés (0, 1, 2, ... 80 ans), associée à toutes les durées de vie possibles de l’autre enfant (de 0 à 80 ans). Sous chaque ligne figurent les longévités de l’association qui découlent de cette structure de mortalité. Elles correspondent à chaque fois au maximum des deux chiffres.

ci-dessus elle est de 53 ans 1/3[40].

La comparaison de ce nombre aux 40 ans obtenus pour l’espérance de vie d’un seul nouveau-né montre le surcroît de longévité que le hasard introduit, avec ce qui peut être interprété comme une seconde chance donnée à l’association :

> *Imaginons 80 nouveau-nés d’un Orphelinat ou d’un autre établissement d’éducation, doués, autant que les apparences permettent d’en juger, d’une égale vitalité […]. Supposons qu’une rente annuelle soit présentement constituée sur la tête d’un de ces enfants, qu’elle soit payable à l’orphelinat tant qu’il est en vie, enfin que le directeur ait la possibilité de le choisir […]. Dans la première [rente], le directeur ne peut faire qu’un choix, lequel peut tomber aussi bien sur un enfant qui vivra longtemps que sur un dont la vie sera brève ; dans la seconde condition, à l’issue d’un choix demeure la faculté d’en faire un autre, deux enfants pouvant être choisis ; tout se passe comme si celui qui a imposé la première condition acceptait d’en user plus libéralement en déclarant au directeur : ‘tu as déjà fait ton choix et tu as désigné un enfant en pensant qu’il vivrait le plus longtemps. Mais comme tu as pu te tromper, je vais te donner la possibilité d’en faire un autre, et comme on ne peut savoir si le plus heureux sera le premier ou le deuxième enfant, je vais te donner la possibilité de t’en tenir à celui qui s’avérera le plus avantageux’*[41].

La méthode leibnizienne soulève la question du dénombrement des cas possibles. Le mode de calcul adopté par Leibniz pour estimer la durée de vie d’une association de deux personnes (Tableau 5) conduit à établir le distinguo entre *paire* et *couple*, au sens mathématique de ces deux termes. Ainsi, lorsqu’il estime la probabilité d’obtenir un nombre de points donné avec deux dés, Leibniz raisonne en paires et non en couples d’occurrences :

> *[si l’on] jette deux dés à la fois, et qu’on assemble le nombre des points des deux dés pour en faire une somme, il y aura plus d’apparence, qu’on fera sept points que douze. Et même, l’apparence de faire 7 points est triple de l’apparence qu’il y a d’en faire 12*[42].

---

[40] $0.1 + 1.2 + 2.3 + 3.4 + 4.5 \ldots + 80.81$ est, pour $n = 80$, de la forme :

$0.1 + 1.2 + \ldots + n(n+1) = \sum_{i=0}^{n} i(i+1)$. Or on démontre que $\sum_{0}^{n} i(i+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$.

La somme de toutes les longévités rapportée à leur nombre total est donc : $\dfrac{\frac{n(n+1)(n+2)}{3}}{\frac{(n+1)(n+2)}{2}} = \frac{2}{3}n$ soit, avec $n = 80$ une valeur de 53 ans 1/3.

[41] « De aestimatione redituum ad vitam II », *in* Eberhard Knobloch et J.-Matthias Graf von der Schulenburg (Hrsg), *Gottfried Wilhelm Leibniz. Hauptschriften zur Versicherungs- und Finanzmathematik*, Berlin, Akademie Verlag, 2000, p. 454-455. Traduction M. Parmentier, *G.W. Leibniz, l’estime des apparences, 21 manuscrits de Leibniz sur les probabilités, la théorie des jeux, l’espérance de vie*, Paris, 1995, p. 309.

[42] *Essay*, p. 107-108.

De la même façon, il raisonne en paires quand il considère équivalentes les situations suivantes :

- longévité d'un nouveau-né, que l'on peut nommer par exemple A, de 0 an, et longévité de l'autre, B, de 80 ans ({0,80}) ;
- longévité de A de 80 ans et longévité de B de 0 an ({80,0}).

Si les deux situations ci-dessus ne sont pas équivalentes, le Tableau 6 doit être complété (Tableau 7). Les combinaisons des durées de vie ne sont plus des paires ({0,80} = {80,0}) mais des couples ((0,80) (80,0)). La fréquence des diverses longévités diffère alors : ainsi celle d'une longévité de 1 année est de $\frac{3}{6561}$, et non de $\frac{2}{3321}$ (Tableaux 6 et 7)[43].

Tableau 7. Couples des durées de vie de deux nouveau-nés

Durée de vie de l'autre nouveau-né / Durée de vie de l'un des nouveau-nés	0 an	1 an	2 ans	…	80 ans
0 an	0,0	0,1	0,2	…	0,80
1 an	1,0	1,1	1,2	…	1,80
2 ans	2,0	2,1	2,2	…	2,80
…	…	…	…	…	…
80 ans	80,0	80,1	80,2	…	80,80

Lorsque la diagonale est exclue, la distinction entre paire et couple n'a pas lieu d'être, puisqu'il y a alors symétrie complète.

3. MOUVEMENT : WILLIAM PETTY (1623-1687)

Dans *Another Essay in Political Arithmetick, Concerning the Growth of the City of London : with the Measures, Periods, Causes, and Consequences thereof. 1682*, William Petty étudie la vitesse de croissance de la population à partir du temps qu'elle met à doubler.

Prenant pour base de ses calculs les données de mortalité, il considère d'abord l'accroissement de Londres. Il reproduit un tableau contenant le nombre des enterrements à Londres pour les années 1665 à 1682 incluses[44], et propose un second tableau dérivant du premier (Tableau 8)[45] :

---

43 3321 est le nombre des cas possibles pour une seule des moitiés symétriques, diagonale incluse : 81 × 82/2. 6561 est le nombre de tous les cas possibles : 81 × 82 - 81.

44 W. Petty, 1682, *The Economic Writings of Sir William Petty together with the Observations upon the Bills of Mortality more probably by Captain John Graun,* ed. C. H. Hull, Cambridge, 1899. p. 458. Il recopie puis poursuit le tableau qui figure dans Graunt 1676 (Cinquième édition des Observations…), p. 15-117.

45 W. Petty, 1682, p. 459 : « There dyed in London, At a Medium between the Years ».

Tableau 8. Décès à Londres à peu près tous les vingt ans
(Tableau de William Petty)

Sont morts à Londres, année commune□

1604 et 1605	5 135. A.[46]
1621 et 1622	8 527. B.
1641 et 1642	11 883. C.
1661 et 1662	15 148. D.
1681 et 1682	22 331. E.

Petty interprète ainsi ces chiffres[47]□

> *On remarque que C est double de A plus 806*[48]. *Que D est double de B moins 1906*[49]. *Que C et D est double de A [plus] B moins 293*[50]□*que E*[51] *est double de C moins 1435*[52]□*que D et E est double de B et C moins 3341*[53]. *Et que C et D et E sont doubles de A et B et C moins 1736*[54]. *Et que E est supérieur au quadruple de A*[55].

Ces constatations préparent une première estimation de la vitesse du doublement de la population de Londres, à savoir 40 ans[56]. Il s'agit bien, avec ces proportions doubles, d'estimer, non un taux, mais un temps d'accroissement.

Si le doublement exerce une fascination particulière, il ne produit pas, chez Petty, une conscience claire de la notion de croissance exponentielle de la population, comme on le constate par l'étude du doublement en général[57]□

---

[46] À propos de ce nombre A, Hull rappelle (note 1, p. 459) que Petty calcule depuis la table de Graunt. Or Hull signale qu'il devrait y avoir 5 185 au lieu de 5 135. Mais, dans la table de Graunt, p. 115 (et sa reproduction par Petty, p. 458), on trouve "enterrés en tout"□1 518 + 2 097 + 708 = 4 323 en 1604, et 2□14 + 2 974 + 960 = 5 948 en 1 605, soit en moyenne 5 135,5. Ce nombre n'est donc ni mal calculé, ni mal imprimé. E. Vilquin indique (trad. de Graunt, p. 128) que la quatrième édition de Graunt portait, en 1604, 4 313 morts au lieu de 4 323. Ceci donnerait pour A 5 130,5.

[47] W. Petty, 1682, p. 459.

[48] En effet□5 135 + 806 = 5 941 x 2 = 11 882, assimilé à 11 883 (table de Graunt□11 767 + 11 999 = 23□66. Moyenne□11 883). Comment Petty obtient-il 806□ Ainsi□11 882/2 = 5 941-5 135 = 806.

[49] 8 527 × 2 = 17 054-1906 = 15 148. D est la moyenne de 16 645+13 652 (au lieu de 13 640)□en effet, pour 1662, Graunt a exceptionnellement inclus dans son total les 12 morts de la peste.

[50] C + D = 27 031 ; A + B = 13 662 ; 13 662 × 2 = 27 324 - 293 = 27 031.

[51] Pour déterminer E, Petty se sert de sa propre table reproduite p. 458.

[52] 11 883 x 2 = 23 766-1435 = 22 331.

[53] E + D = 37 479; B + C = 20 410; 20 410 x 2 = 40 820-3 341 = 37 479.

[54] Il y a là une légère erreur□en effet C + D + E = 49 362. Et A + B+ C = 25 545. Or, 25 545 x 2 = 51□90. Il faut ajouter 1 728 à 49 362 pour faire 51 090 (et non 1 736, comme le dit Petty, ou 1 738, comme le prétend Hull).

[55] Comme 5 135 x 4 = 20 540, E y est supérieur de 1 791.

[56] W. Petty, 1682, p. 459. Cette vitesse implique un taux d'accroissement d'environ 1,75 % pour Londres.

[57] W. Petty, 1682, p. 460-462.

Pour ce qui est du temps que le peuple met à doubler, c'est encore plus difficile à trouver. Nous savons en effet, de bonne expérience (par les Observations *déjà citées, p. 94), que, à la campagne, il ne meurt qu'une [personne] par an sur cinquante*[58]*. Et, par d'autres comptes rendus récents, nous savons qu'il n'y a eu parfois que 24 naissances pour 23 décès. Ces deux constatations, si elles étaient universellement et constamment vraies, nous autoriseraient à dire que le peuple ne double qu'en environ 1200 ans. Ainsi, par exemple, supposez qu'il y ait 600 personnes et que vous en faites mourir, par an, la cinquantième partie : il en mourra alors 12 par an. Et, si les naissances sont comme 24 à 23, alors l'accroissement du peuple sera de quelque chose comme un peu plus d'un demi homme par an, et par conséquent le nombre supposé de 600 ne peut être doublé qu'en 1126 ans, [nombre] que, pour compter en nombres ronds, et parce que les fractions ci-dessus utilisées ne sont pas exactes, nous avons plutôt dit être 1200.*

Petty calcule ainsi : si l'on a 12 décès par an pour 600 personnes (600/50), et 24 naissances pour 23 décès, on a environ 12,522 naissances pour 12 décès par an – (12 × 24)/23. Par conséquent, la population s'accroît par an, comme le dit Petty, *d'un peu plus d'un demi-homme*.

Le raisonnement paraît être le suivant : puisque, pour doubler, une population de 600 personnes doit atteindre l'effectif de 1 200, combien de fois faut-il ajouter cet *un peu plus d'un demi homme* pour obtenir 1 200 ? Il suffit de diviser 600 par 0,522 et l'on obtient environ 1 149 fois : c'est le temps de doublement[59]. C'est donc une progression arithmétique, et non la correcte progression géométrique, qui est utilisée. Petty, comme ses contemporains[60], ne conçoit pas la croissance exponentielle. On peut bien entendu constater que, en progression arithmétique et *en ne tenant pas compte des fractions* – c'est-à-dire en prenant 0,5 homme au lieu de 0,522 – le temps de doublement ne peut que correspondre au double de l'effectif de départ.

Aujourd'hui, nous obtiendrions ceci : chaque année, la population s'accroît de 0,522 pour 600, elle s'accroît donc de 0,087 %. Le calcul donne un temps de doublement d'environ 800 ans.

En calculant sur les chiffres des campagnes, Petty obtient un résultat très différent du précédent[61] :

Il existe également d'autres bonnes observations selon lesquelles, même à la campagne, il meurt une personne sur environ 30 à 32 par an, et selon

[58] C'est effectivement ce que l'on trouve pour la campagne dans l'index n° 96 et en XII, 11, p 76 de Graunt 1662.

[59] Pourquoi Petty trouve-t-il 1 126 et non 1 149 ? Il l'indique lui-même : *les fractions utilisées ne sont pas exactes*. C'est donc l'*un peu plus d'un demi-homme* qui est sujet à caution. Si, de 0,522, on passe à un accroissement de 0,533 – que l'on aurait en prenant un rapport de 23,5 naissances pour 22,5 décès et en faisant (12 × 23,5)/22,5 = 12,533 – on obtient, suivant la méthode de l'Anglais, un temps de doublement de 600/0,533 = 1 126 ans. Mais on peut aussi bien postuler une imprécision dans le calcul.

[60] Sauf, de manière très différente, Leibniz. Il faudra attendre Wargentin 1754 pour avoir, sur ce point, la progression géométrique, exposée ensuite par Euler en 1760.

[61] W. Petty, 1682, p. 462.

> *lesquelles il y a eu cinq naissances pour quatre enterrements*[62]*. Ainsi, en accord avec cette doctrine, 20 mourront par an des 600 [posés] plus haut, et 25 naîtront□l'accroissement sera ainsi de 5 qui est la cent vingtième partie desdits 600. Nous avons ainsi deux calculs exacts différant entre eux comme un à dix. Et il existe encore plusieurs autres bonnes observations pour d'autres mesures.*

En prenant 1 décès sur 30, Petty obtient effectivement 20 décès pour 600 personnes (600/30). 5 naissances pour 4 enterrements donnent 25 naissances pour 20 décès – (20 × 5)/4 – et le taux d'accroissement est de 0,83 %. Petty trouve 120 ans – il dit que la présente mesure est à la précédente comme 1 à 10 – puisqu'il raisonne comme précédemment□1200 est le double de 600, il y a 120 fois 5 dans 600. Le calcul exact donne environ 84 ans.

Poursuivant en bon empiriste, Petty fait varier les conditions de l'expérience. Ainsi, le nombre des naissances peut être modifié, donc leur rapport aux décès, donc la vitesse de doublement[63]□

> *[…] si les naissances peuvent être 75 sur 600, et les enterrements seulement 15, l'accroissement annuel du peuple sera 60. Donc, nos 600 personnes peuvent doubler en 10 ans, ce qui diffère encore davantage des 1200 plus haut mentionnés.*

Le taux d'accroissement serait alors de 10 %. La méthode de Petty donne bien 10 ans pour le temps de doublement (600/60). Le calcul exact donne un peu plus de 7 ans. Mais il faut noter qu'une telle augmentation des naissances produirait nécessairement un accroissement des décès et invaliderait une telle proportion. Petty ne conçoit pas tous les éléments d'une véritable dynamique des populations.

Le grand écart entre ces durées implique le recours à la moyenne[64]□

> *À présent, pour sortir de cette difficulté et pour tempérer ces larges désaccords, j'ai pris le milieu de 50 et de 30 qui meurent par an, et je suis tombé sur 40□et j'ai également pris le milieu entre 24 naissances pour 23 enterrements et 5 naissances pour 4 enterrements, ce qui permet d'admettre environ 10 naissances pour 9 enterrements□..].*

Mais la moyenne des rapports, en nombre décimal, est de 0,8792, encadrée par 7/8 (0,875) et 8/9 (0,889), et non par 9/10. Le calcul qui suit est plus aisé avec cette dernière proportion, ce qui explique qu'elle soit retenue[65]□

> *[...] Par cette supposition, il faut que 15 meurent par an sur les 600 mentionnés plus haut, et il faut que les naissances soient de 16 et deux tiers, et l'accroissement de 1, et deux tiers ou cinq tiers d'un homme, lequel*

[62] Ceci est donné par Graunt 1662, XII, 7, p. 72.
[63] W. Petty, 1682, p. 462.
[64] W. Petty, 1682, p. 462-463.
[65] W. Petty, 1682, p. 463.

nombre, comparé à 1800 tiers, ou 600 hommes, donne 360 ans pour le temps de doublement [...].

Avec la moyenne prise par Petty entre les 30 décès de Londres et les 50 décès de la campagne (suivant Graunt), il y a effectivement 15 décès par an dans une population de 600 personnes (600/40). Avec 9 décès pour 10 naissances, il y a bien 16,66 (16 2/3) naissances pour 15 décès. L'accroissement est donc de 1 2/3, ou « 5/3 d'hommes », soit un taux d'accroissement de 0,277 %. Petty divise 600 par 5/3, ce qui donne 360 ans pour le temps de doublement. Le calcul exact donne un peu plus de 250 ans. Petty prend les 40 ans trouvés ci-dessus (Tableau 8) pour le doublement de la population de Londres, et 360 ans pour celui de la population de toute l'Angleterre.

Il entreprend d'en déduire les populations du pays et de sa capitale, non la population de l'époque qu'il a estimée par ailleurs, mais bien une estimation prospective de ce qui aura lieu dans le futur[66] :

> *« Or, si la cité double son peuple en 40 ans et que le présent nombre [d'habitants] est 670 mille ; et si [la population de] tout le territoire est [de] 7 millions 400 mille et double en 360 ans, comme on l'a dit ci-dessus, alors, d'après la table ci-dessous, il appert que, en l'an 1840, la quantité de peuple de la cité sera de 10 718 880 [habitants], et celle de tout le pays [ne sera] que de 10 917 389 [habitants], ce qui n'est qu'un tout petit peu plus. Il est donc certain et nécessaire que l'accroissement de la cité doit cesser avant ladite année 1840 [...] »*

La table annoncée est présentée dans le Tableau 9[67].

Tableau 9. Accroissement de la population de Londres et de l'Angleterre (Tableau de William Petty)

Annis.	Burials	People in *London*	People in *England*
1565	2568	77040	5526929
As in the former Table 1605[68]	5135		
As in... 1642	11883		
As in... 1682	22331	669930	7369230
1722	44662		
1762	89324		
1802	178648	5359440	9825650
1842	357296	10718880	10917389

[66] W. Petty, 1682, p. 464.
[67] W. Petty, 1682, p. 464.
[68] Il s'agit des chiffres donnés dans le Tableau 10 ci-après.

Les chiffres que Petty donne pour Londres correspondent bien en gros à un doublement en 40 ans.

Comment en déduit-il la population de toute l'Angleterre ? Pour celle-ci (le doublement se produisant en 360 ans), il compte 120 ans de 1565 à 1682. Il faudrait trois périodes de 120 ans pour que la population doublât. Elle n'augmente donc que d'un tiers et l'on obtient *grosso modo* le chiffre que trouve Petty (exactement 7 369 239 habitants). En reproduisant l'opération de 1682 à 1802, on trouve 9 825 240 habitants. Enfin, 40 ans plus tard, il se sera écoulé 1/9 de 360 ans. On obtient bien – en prenant le chiffre de Petty, soit 9 825 650, pour base – les 10 917 389 habitants de la table. Ainsi, l'accroissement de Londres, beaucoup plus rapide que celui du pays, implique que, en 1840, Londres contiendra pratiquement tous les habitants de l'Angleterre[69] !

Petty généralise alors cette prospective à la terre entière[70] :

> *Et si le peuple double en 360 ans, les présents 320 millions calculés par quelques savants*[71] *[…] s'accroîtront tellement pendant les prochaines 2000 années qu'ils donneront une tête pour chaque deux acres de terrain dans la partie habitable de la terre. Alors, suivant la prophétie des Ecritures, il y aura nécessairement des guerres et un grand massacre, etc.*

Vision apocalyptique de la surpopulation ! Petty n'applique, en ignorant l'exponentielle et les freins, que la première partie du célèbre principe de Malthus. Apparaît en outre une référence à la Bible. Petty se livre en effet à une étonnante application de ses principes à la lecture des Saintes Ecritures et à l'histoire de la multiplication des hommes.

Petty vient de montrer que le temps de doublement d'une population peut varier de 10 à 1200 ans. Voici ce qu'il en déduit[72] :

> *De la grande différence ci-dessus mentionnée entre 10 et 1200 ans pour le doublement du peuple, nous faisons l'usage suivant pour justifier l'Ecriture et toutes les autres chroniques concernant la quantité des peuples des temps anciens. Car, supposant les 8 personnes qui sortirent de l'Arche accrues par un doublement progressif tous les 10 ans, elles s'accroîtraient, au cours des 100 années après le Déluge, de 8 à 8000 [...].*

---

[69] À la page suivante (p. 465), Petty répète cette considération en suivant précisément sa table : « Ainsi, lorsque le peuple de Londres viendra à se rapprocher autant de celui de toute l'Angleterre, il s'ensuivra qu'il faut que l'accroissement de Londres cesse avant ladite année 1842 [...] ».

[70] W. Petty, 1682, p. 463-464.

[71] Qui sont ces *savants* ? Le chiffre de 320 millions d'habitants sur la Terre en 1680 se rapproche beaucoup de celui que donnera Isaac Vossius en 1685 qui est de 400 millions, estimation basse approuvée par P. Bayle. G.B. Riccioli avait donné un milliard en 1660. N. Struyck donnera 500 millions en 1740 et J. P. Süßmilch 1 milliard en 1741. Cf. M.-E. Ducreux : « Les premiers essais d'évaluation de la population mondiale et l'idée de dépopulation au XVII^{e} siècle », *Annales de Démographie Historique*, Paris, 1977, p. 421-438.

[72] W. Petty, 1682, p. 465.

Pourquoi de 8 à 8 000 ? Petty calcule de cette manière : avec un doublement tous les dix ans, il y aurait 10 doublements en 100 ans, et $2^{10} = 1\ 024$, soit exactement 8 192 personnes. Le taux d'accroissement serait alors de 7,18 %.

Mais, tout comme selon les lieux, cette vitesse ne demeure pas constante et change avec le temps[73] :

> *[...] et, 350 ans après le Déluge (à peu près au moment de la mort de Noé), elles seraient un million, et, actuellement, en 1 682, 320 millions (ce que, par conjecture rationnelle, on pense qu'il y a aujourd'hui dans le monde) [...]*

Comment Petty obtient-il 1 000 000 de personnes à la mort de Noé ? Il présente un tableau dans lequel il expose les variations selon le temps de la vitesse de doublement (Tableau 10)[74].

Tableau 10. Tableau montrant comment la Population aurait doublé dans les différents Ages du Monde

Périodes de doublement	Années après le Déluge	
En 10 Ans	1	8 personnes
En 10 Ans	10	16
En 10 Ans	20	32
En 10 Ans	30	64
En 10 Ans	40	128
En 10 Ans	50	256
En 10 Ans	60	512
En 10 Ans	70	1 024
En 10 Ans	80	2 048
En 10 Ans	90	4 096
En 10 Ans	100	8 000 et plus
En 20 Ans	120 Ans après le Déluge	16 mille
En 20 Ans	140	32
30	170	64
30	200	128
40	240	256
50	290	512
60	350	1 Million et plus
70	420	2 Millions
100	520	4 Millions
190	710	8 Millions
290	1000	16 à l'époque de Moïse
400	1400	32 environ à l'époque de David
550	1950	64
750	2700	128 environ la Naissance de Christ
1000	3700	256
In 300 (1200)	4000	320

73 W. Petty, 1682, p. 465.
74 W. Petty, 1682, p. 468. « A Table showing how the People might have double in the several Ages of the World » (présentation légèrement modifiée).

Avec deux doublements en 20 ans, deux en 30, un en 40, un en 50 et un en 60, soit 7 doublements en 250 ans, on a bien $2^7 = 128 \times 8\,000 = 1\,024\,000$ (une croissance de 8 000 à 1 000 000 en 250 ans correspond à un taux de 1,95 %). En maintenant ce taux constant, le doublement se produirait en environ 37 ans. La suite du calcul mène à la situation actuelle avec 9 doublements progressifs.

Il faut lire ainsi le tableau : le neuvième doublement (qui doit se produire en 1 200 ans) n'est pas achevé puisqu'il devrait porter la population du monde à 512 millions. Ce neuvième doublement n'en est qu'au quart de son cours (512/4 = 64 + 256 = 320)[75]. Le chiffre que donne Petty pour la population mondiale (320 millions) est inférieur à l'estimation la plus basse de Vossius en 1685, laquelle est déjà très basse : environ 400 millions[76].

Petty considère cependant que le détail outrepasse la simple arithmétique et appartient aux érudits ; la table sera donc corrigée par ces *historiens* « qui connaissent la grandeur des anciennes cités, des armées et des colonies aux différents âges du monde »[77].

On peut donc à juste titre parler, pour ces pionniers, d'une « arithmétique des populations » parfois probabiliste et toujours orientée vers des problèmes concrets, ceux, précisément, que se pose l'arithmétique politique, ce dernier terme devant être entendu comme ce qui est utile à la cité. C'est donc bien, avec cette esquisse, à la naissance de la statistique démographique que l'on assiste.

---

[75] Petty indique la chronologie qu'il utilise. La chronologie hébraïque, qui compte 1656 ans de la Création au Déluge (les Septante comptent 2262 ans) et 800 ans de David à la naissance du Christ, place donc la Création très précisément en -4157 (les Septante la placent en -5328). Ainsi le Déluge se situerait pour les uns vers – 2500, pour les autres vers – 3066. C'est en gros la chronologie hébraïque qu'utilise Petty, mais de manière aussi floue que le fait l'Ecriture. Il compte à peu près 850 ans du déluge à Moïse, 550 ans de Moïse à David et 750 ans de David au Christ. La chronologie hébraïque compte à peu près 1000 ans du Déluge à l'Exode et 450 ans de l'exode à l'époque de David. Une durée de 430 ans est admise pour le séjour en Egypte.

[76] Cf. *supra*, note 70.

[77] Petty 1682, p. 465 : « Who know the bigness of *Ancient Cities*, *Armies*, and *Colonies* in the respective *Ages* of the *World* ».

ANNEXES

1. James RUDYERD, « A Letter in Answer to a Question concerning The multiplying of the Children of Israel in Egypt », *Primordia, Or the Rise and Growth of the first Church of God, described By Tho. Tanner... to which are added two letters of Mr. Rudyerd's... One about the multiplying of Mankind until the floud. The other concerning the multiplying of the children of Israel in Egypt*, London, 1683, pp. 43-48 et 55.

[Ce texte, contemporain de l'*Essay*… de William Petty, contient un examen des données bibliques que l'auteur, sur lequel aucune autre précision n'est pour l'instant disponible, cherche à accorder avec une loi de multiplication dont la progression est originale. Il s'agit là d'un court extrait permettant de reconstituer cette progression.]

« Et qu'y a-t-il d'étonnant à ce que chaque homme, dans les circonstances que j'ai évoquées, ait eu cinq ou six fils et autant de filles, comptés les uns avec les autres ; en effet, et quoique certains aient pu avoir une descendance beaucoup plus nombreuse, plus d'une pauvre chaumière, ici, sous nos climats moins propres à la génération, peut fournir une plus abondante lignée honnêtement engendrée, et par une seule femme. Personne certes, pesant ce qui vient d'être dit, ne pourra penser qu'il s'agisse d'une supposition déraisonnable, en particulier s'il considère également ce que dit *David*, *Psaume* CXXVII, 4, *ils jouiront de l'héritage du Seigneur, et auront pour récompense des enfants qui sont le fruit des entrailles de leurs mères*, et aussi combien éminemment cette vérité paraît dans les femmes de leurs célèbres géniteurs, *Abraham, Isaac et Jacob*, lesquelles furent toutes successivement stériles jusqu'à ce que Dieu en décidât autrement ; et il est très probable que, de même qu'il n'y avait aucune personne malade, *Psaume* CV, 36, il n'y avait de même personne de stérile parmi leurs tribus. Mais, parce que l'on peut raisonnablement supposer que certaines d'entre elles, soit accidents soit infirmités naturelles, moururent avant d'arriver à maturité, ou du moins, avant d'avoir un tel nombre d'enfants, je ferai l'hypothèse que pas plus de quatre fils ne vivent pour fournir leur quote-part à la génération suivante, en ayant de même cinq ou six fils parmi lesquels quatre survivent pour prendre la relève, et ainsi de suite jusqu'à ce que deux cent dix ans aient passé ».

« En second lieu, je supposerai que chacun de ces quatre peut être père d'un premier-né à vingt-quatre ans révolus ; la vie d'un homme, en effet, étant à présent restreinte, comme je l'ai montré auparavant, à soixante-dix ans, il n'est que raisonnable de supposer qu'ils mirent plus de hâte que leurs ancêtres long-vivants à s'assurer d'une précoce part de la promesse ; et s'ils pouvaient être soldats à vingt ans d'âge, *Nombres* I, 45, il n'est certes pas indu de supposer qu'ils puissent être pères de leur premier-né à vingt-quatre ans. Cela paraîtra encore plus probable si l'on considère la plus grande précocité des grossesses sous ces climats situés à peu près sous le tropique ; tandis que c'est chose commune dans nos contrées plus froides, à 52 degrés de latitude, d'anticiper cet âge ; […] »

« Mais, à cause de cette paternité tôt commencée, il est probable (comme je l'ai auparavant fait observer) qu'il était moins fréquent qu'ils continuassent de se comporter en prolétaires[78], ce pourquoi je suppose ces quatre fils tous nés en vingt-quatre ans de plus, c'est-à-dire au moment où le père atteint quarante-huit ans révolus ; et, suivant ces trois suppositions, je construis le calcul que j'ai mis en annexe ».

« La manière habituelle de compter les générations et de calculer leur nombre se fait par progression géométrique, et, dans le cas présent, selon les prémisses supposées, les proportions de chaque génération iraient ainsi : 1, 4, 16, 64, 256, 1024, etc. Mais je trouve finalement, dans la conclusion, que cette manière de faire ne donne pas une vue distincte des petits-fils, dont un nombre considérable est né dans la période attribuée aux seuls fils immédiats, et que, par ce moyen, le compte est emmêlé et en définitive confus, ce pourquoi j'ai songé à une autre manière de faire. Et quoique le fils aîné puisse avoir son premier enfant avant que le père ait eu son dernier fils, par souci de clarté et pour éviter la confusion, je suppose que le père a eu ses quatre fils avant que son aîné n'ait ne serait-ce qu'un enfant ; non qu'il en alla toujours ainsi en réalité, mais pour garder le compte de chaque génération séparé et n'interférant pas avec celle qui lui succède, compte qui eût été plus compliqué si j'avais supposé le père et le fils ayant des enfants nés la même année ; dans la table en annexe, je suppose donc que chaque homme a un de ses quatre fils tous les six ans, de sorte que son plus jeune fils naisse six ans avant que son aîné ait un enfant. Cette table n'a que deux colonnes ou rangées de chiffres ; la première contient les années de six en six ans à partir de la venue de *Jacob* en *Égypte*, années au cours desquelles, à l'exception des années intermédiaires, et ce par souci de clarté, je suppose que naissent les enfants dont le nombre est placé dans l'autre colonne en face de chaque année. Mais cette autre colonne contient le nombre d'enfants issus d'un seul homme – d'*Adam* comme je l'ai supposé – en deux cent dix ans, suivant les hypothèses faites ; si l'on multiplie ce nombre par trois, on obtiendra le nombre issu des trois fils de *Noé* ; si on le multiplie par soixante-dix, on obtiendra le nombre des enfants d'Israël, qui est composé comme suit :

- de mâles jusque 80 ans d'âge 1 437 310
- de femelles de même 1 437 310
- avec les concubines 400 000
- somme totale 3 274 620

Ce compte correspond exactement à celui de *Moïse* lors du premier dénombrement dans le désert, *Nombres* I, 46, où tous ceux de vingt ans et plus, aptes à la guerre, sont comptés six cent trois mille cinq cent cinquante ; et, au verset suivant, il est dit que les Lévites n'étaient pas dénombrés avec les autres, mais à part, *Nombres* II, 39[79], et le nombre des mâles âgés de un mois et plus ne s'élève qu'à deux mille vingt ; or, si l'on compte huit mille cent quatre-vingt d'entre eux comme âgés de vingt à soixante-huit ans, et si l'on ajoute ce nombre à celui de ceux qui étaient aptes à la guerre dans les autres tribus – nombre qui est de six cent trois mille cinq cent cinquante – alors la somme totale sera la même que celle qui découle de mon calcul, à savoir six cent

[78] *Proletarians*. Rudyerd emploie ici le terme dans son sens premier dérivé du latin « proles », « lignée », acception, et pour cause, alors étrangère à ce qu'elle devint au XIXe siècle. À Rome, le prolétaire appartenait à la dernière classe du peuple et ne pouvait être utile à l'Etat que par sa, souvent nombreuse, descendance.

[79] En réalité, II, 33.

onze mille sept cent trente, dans laquelle aucun de ceux qui sont pris en compte n'est né avant la cent quarante-quatrième année de leur venue en *Egypte*, de sorte qu'aucun, parmi ces six cent onze mille sept cent trente, n'est âgé de plus de soixante-huit ans lorsqu'ils en partent, et aucun n'est âgé de moins de 20 ans, et, pour être si près de la cible, je pense que le nombre total de mâles et de femelles ne peut être bien éloigné de la vérité […].

[table annexée]

Anni a migratione Jacobi in Aegyptum	Filli nati quolibet anno sexto
1	1
6	1
12	1
18	1
24	1
30	2
36	3
42	4
48	4
54	5
60	7
66	10
72	13
78	16
84	20
90	26
96	35
102	46
108	59
114	75
120	97
126	127
132	166
138	215
144	277
150	358
156	465
162	605
168	785
174	1016
180	1315
186	1705
192	2213
198	2871
204	3721
210	4821
212	0000

2. John GRAUNT, *Natural and Political Observations mentioned in a following Index and made upon the Bills of Mortality…*, London, 1662.

2. 1. GRAUNT 1 (III, 39-40, p. 41-42) : The *Abortives*, and *Stil-born* are about the twentieth part of those that are *Christned*, and the numbers seem the same thirty Years ago as now, which shews there were more proportion in those Years then now: or else that in these latter Years due Accompts have not been kept of the *Abortives*, as having been *Buried* without notice, and perhaps not in *Church-Yards.*

For that there hath been a neglect in the Accompts of the *Christnings* is most certain, because until the year 1642, we find the Burials but equal with the *Christnings,* or near thereabouts, but in 1648, when the difference in *Religion* had changed the Government, the *Christnings* were but two thirds of the *Burials.* And in the year 1659, not half, viz. the Burials were 14720. (of the *Plague* but 36) and the *Christnings* were but 5670, which great disproportion could be from no other Cause, then that above-mentioned, for as much as the same grew as the Confusions, and Changes grew.

2. 2. GRAUNT 2 (II, 12-13, p. 29-30) : […] our first Observation upon the *Casualties* shall be, that in twenty Years there dying of all diseases and *Casualties*, 229250. that 71124. dyed of the *Thrush, Convulsion, Rickets, Teeth,* and *Worms*; and as *Abortives*, *Chrysomes, Infants, Liver-grown*, and *Over-laid*; that is to say, that about 1/3 of the whole died of those Diseases, which we guess did all light upon Children under four or five Years old.

There died also of the *Small-Pox, Swine-Pox*, and *Measles*, and of *Worms* without *Convulsions*, 12210. of which number we suppose likewise, that about 1/2. might be Children under six Years old. Now, if we consider that 16. of the said 229 thousand died of that extraordinary and grand *Casualty* the *Plague*, we shall find that about thirty six *per centum* of all quick conceptions, died before six years old.

2. 3. GRAUNT 3 (XI, 11, p. 70) : It follows […], that of all, which have been conceived, there are now alive 40 *per Cent.* above sixteen years old, 25 above twenty six years old, *& sic deinceps*, as in the above Table: there are therefore of Aged between 16, and 56, the number of 40, less by six, *viz.* 34; of between 26, and 66, the number of 25 less by three, *viz.* 22: & *sic deniceps* [*sic*].

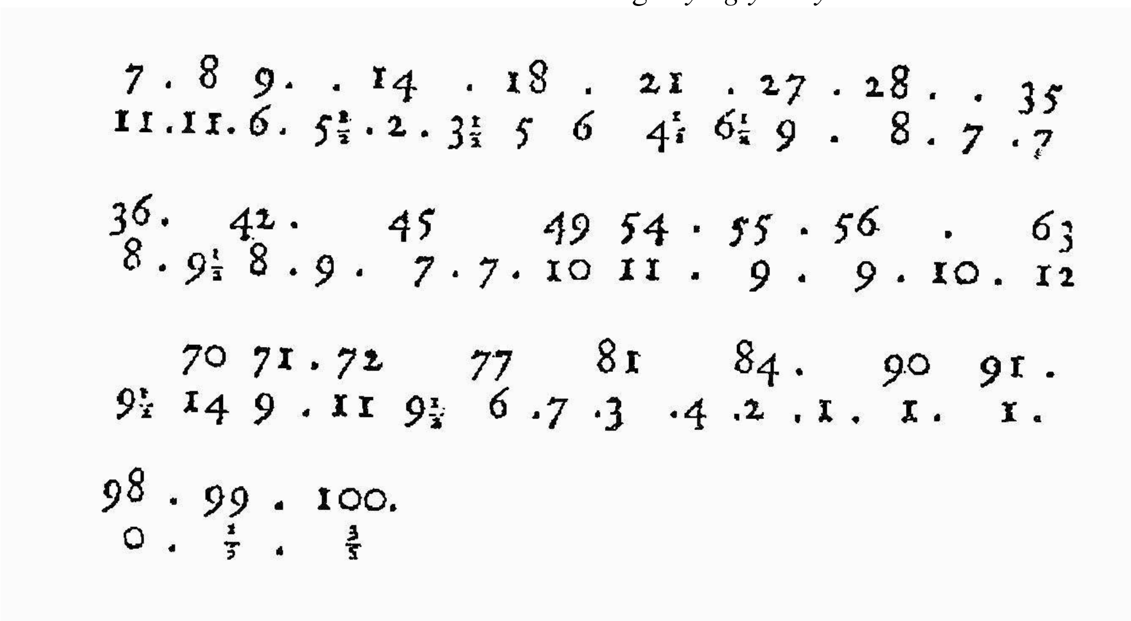
Wherefore, supposing there be 199112 *Males,* and the number between 16, and 56, being 34. It follows, there are 34 *per Cent.* of all those *Males* fighting Men in *London*, that is 67694, *viz.* near 70000: the truth whereof I leave to examination, only the 1/5. of 67694, *viz.* 13539. is to be added for *Westminster, Stepney, Lambeth*, and the other distant Parishes, making in all 81233 fighting Men.

2. 4. GRAUNT 4 (XI, 13, p. 70) : […] one couple viz. *Adam* and *Eve*, doubling themselves every 64 years of the 5610 years, which is the *age* of the World according to the *Scriptures*, shall produce far more People, then are now in it. Wherefore the World

is not above 100 thousand years, old as some vainly Imagine, nor above what the *Scripture* makes it.

3. Edmund HALLEY, « An Estimate of the Degrees of the Mortality of Mankind, drawn from curious Tables of the Births and Funeral's at the City of Breslaw, with an Attempt to ascertain the Price of Annuities upon Lives ». *Philosophical Transactions* For the Year 1693.

3. 1. HALLEY 1 (p. 598): It appears that in the Five Years mentioned, *viz*. from 87 to 91 inclusive, there were *born* 6193 Persons, and *buried* 5869; that is, born *per Annum* 1238 and buried 1174; whence an Encrease of the People may be argued of 64 *per Annum*, or of about a 20th part, which may perhaps be ballanced by the Levies for the *Emperor's* Service in his Wars. But this being contingent, and the *Births* certain, I will suppose the People of *Breslaw* to be encreased by 1238 *Births* annually. Of these it appears by the same Tables, that 348 do die *yearly* in the *first Yea*r of their *Age*, and that but 890 do arrive at a full *Years Age*; and likewise, that 198 do die in the *Five Years* between 1 and 6 compleat, taken at a *Medium*; so that but 692 of the Persons *born* do survive *Six* whole *Years*. From this *Age* the Infants being arrived at some degree of Firmness, grow less ans less *Mortal*; and it appears that of the whole People of *Breslaw* there die *yearly*, as in the following Table, wherein the upper Line shews the *Age*, and the next under it the *Number* of Persons of that Age *dying yearly*.


7 . 8 9 . . 14 . 18 . 21 . 27 . 28 . . 35
11 . 11 . 6 . 5½ . 2 . 3½ 5 6 4½ 6½ 9 . 8 . 7 . 7

36 . 42 . 45 49 54 . 55 . 56 . 63
8 . 9½ 8 . 9 . 7 . 7 . 10 11 . 9 . 9 . 10 . 12

70 71 . 72 77 81 84 . 90 91 .
9½ 14 9 . 11 9½ 6 . 7 . 3 . 4 . 2 . 1 . 1 . 1 .

98 . 99 . 100.
0 . 1/5 . 3/5

Figure 1. Première table de Halley

3. 2. HALLEY 2 (p. 599) : And where no *Figure* is placed over, it is to be understood of those that die between the Ages of the preceding and consequent *Column*.

Tableau. Décès par âge à Breslau de 1687 à 1691 (d'après les données de Neumann)

Âge	Somme des décès 1687-1691	Moyenne	Moyenne selon Halley	Suite →	Âge (suite)	Somme des décès 1687-1691	Moyenne	Moyenne selon Halley
Mort-nés	322				51	37	9,75	?
1	1443	353	348		52	41	9,75	?
2	468				53	41	9,75	?
3	223				54	40	8	11
4	118				55	66	13,2	9
5	61				56	48	9,6	9
6	76	189,2	198		57	39	9,63	10
7	58	11,6	11		58	34	9,63	10
8	54	10,8	11		59	38	9,63	10
9	36	7,2	6		60	95	9,63	10
10	39	5,25	5,5		61	33	9,63	10
11	25	5,25	5,5		62	50	9,63	10
12	23	5,25	5,5		63	61	12,2	12
13	18	5,25	5,5		64	42	9,3	9,5
14	10	2	2		65	78	9,3	9,5
15	13	2,93	3,5		66	44	9,3	9,5
16	15	2,93	3,5		67	26	9,3	9,5
17	16	2,93	3,5		68	41	9,3	9,5
18	29	5,8	5		69	48	9,3	9,5
19	21	5	6		70	82	16,4	14
20	29	5	6		71	36	7,2	9
21	19	3,8	4,5		72	54	10,8	11
22	17	5,88	6,5		73	31	9,25	9,5
23	25	5,88	6,5		74	39	9,25	9,5
24	35	5,88	6,5		75	74	9,25	9,5
25	28	5,88	6,5		76	41	9,25	9,5
26	42	5,88	6,5		77	30	6	6
27	35	7	9		78	45	7,13	7
28	45	9	8		79	24	7,13	7
29	20	6,7	7		80	38	7,13	7
30	57	6,7	7		81	17	3,4	3
31	27	6,7	7		82	22	3,3	4
32	28	6,7	7		83	11	3,3	4
33	31	6,7	7		84	10	2	2
34	38	6,7	7		85	15	1,4	1
35	45	9	7		86	6	1,4	1
36	35	7	8		87	6	1,4	1
37	39	9,48	9,5		88	4	1,4	1
38	36	9,48	9,5		89	4	1,4	1
39	29	9,48	9,5		90	9	1,8	1
40	104	9,48	9,5		91	2	0,4	1
41	29	9,48	9,5		92	2	0,67	?
42	38	7,6	8		93	2	0,67	?
43	35	7	9		94	4	0,67	?
44	35	7	9		95	4	0,67	?
45	51	10,2	7		96	4	0,67	?
46	27	6,33	7		97	4	0,67	?
47	27	6,33	7		98	0	0	0
48	41	6,33	7		99	1	0,2	0,5
49	46	9,2	10		100	1	0,2	0,6
50	76	9,75	?		Au-dessus de 100	2	0,4	

3. 3. HALLEY 3 (p. 600): From these Considerations I have formed the *adjoyned Table*, whose Uses are manifold, and give a more just *Idea* of the *State* and *Condition* of *Mankind*, than any thing yet extant that I know of. It exhibits the *Number* of *People* in the City of *Breslaw* of all Ages, from the *Birth* to extream *Old Age*, and thereby shews the Chances of *Mortality* at all *Ages* […]

Age. Curt.	Persons.	Age. Curt.	Persons	Age. Curt.	Persons	Age. Curt.	Persons	Age. Curt.	Persons	Age. Curt.	Persons
1	1000	8	680	15	628	22	586	29	539	36	481
2	855	9	670	16	622	23	579	30	531	37	472
3	798	10	661	17	616	24	573	31	523	38	463
4	760	11	653	18	610	25	567	32	515	39	454
5	732	12	646	19	604	26	560	33	507	40	445
6	710	13	640	20	598	27	553	34	499	41	436
7	692	14	634	21	592	28	546	35	490	42	427

Age Curt	Persons.	Age. Curt.	Persons	Age. Curt.	Persons	Age Curt.	Persons	Age. Curt.	Persons	Age. Curt.	Persons
43	417	50	346	57	272	64	202	71	131	78	58
44	407	51	335	58	262	65	192	72	120	79	49
45	397	52	324	59	252	66	182	73	109	80	41
46	387	53	313	60	242	67	172	74	98	81	34
47	377	54	302	61	232	68	162	75	88	82	28
48	367	55	292	62	222	69	152	76	78	83	23
49	357	56	282	63	212	70	142	77	68	84	20

Age.	Persons.
7	5547
14	4584
21	4270
28	3964
35	3604
42	3178
49	2709
56	2194
63	1694
70	1204
77	692
84	253
100	107
	34000
Sum Total.	

Figure2. Seconde table de Halley

Tableau. Décès par âge dans la seconde table de Halley

Âge	Survivants	Décès
1	1000	145
2	855	57
3	798	38
4	760	28
5	732	22
6	710	18
7	692	12
8	680	10
9	670	9
10	661	8
11	653	7
12	646	6
13	640	6
14	634	6
15	628	6
16	622	6
17	616	6
18	610	6
19	604	6
20	598	6
21	592	6
22	586	7
23	579	6
24	573	6
25	567	7
26	560	7
27	553	7
28	546	7
29	539	8
30	531	8
31	523	8
32	515	8
33	507	8
34	499	9
35	490	9
36	481	9
37	472	9
38	463	9
39	454	9
40	445	9
41	436	9
42	427	10
43	417	10
44	407	10
45	397	10
46	387	10
47	377	10
48	367	10
49	357	11
50	346	11
51	335	11
52	324	11
53	313	11
54	302	10
55	292	10
56	282	10
57	272	10
58	262	10
59	252	10
60	242	10
61	232	10
62	222	10
63	212	10
64	202	10
65	192	10
66	182	10
67	172	10
68	162	10
69	152	10
70	142	11
71	131	11
72	120	11
73	109	11
74	98	10
75	88	10
76	78	10
77	68	10
78	58	9
79	49	8
80	41	7
81	34	6
82	28	5
83	23	3
84	20	20 0

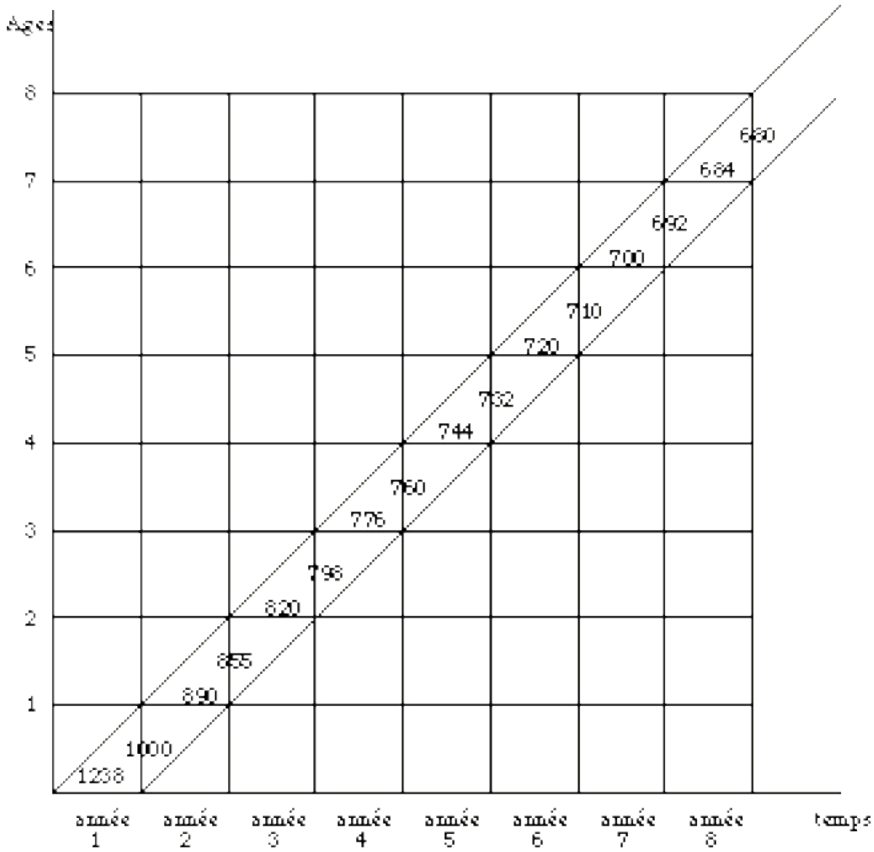


Figure 3. Diagramme de Lexis représentant le détail de la seconde table de Halley

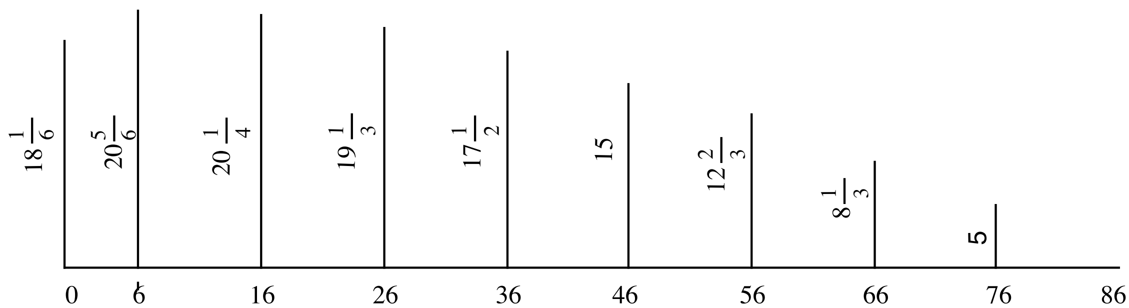


Figure 4. Courbe de l'espérance de vie selon l'âge
(Christiaan Huygens, 28 novembre 1669)

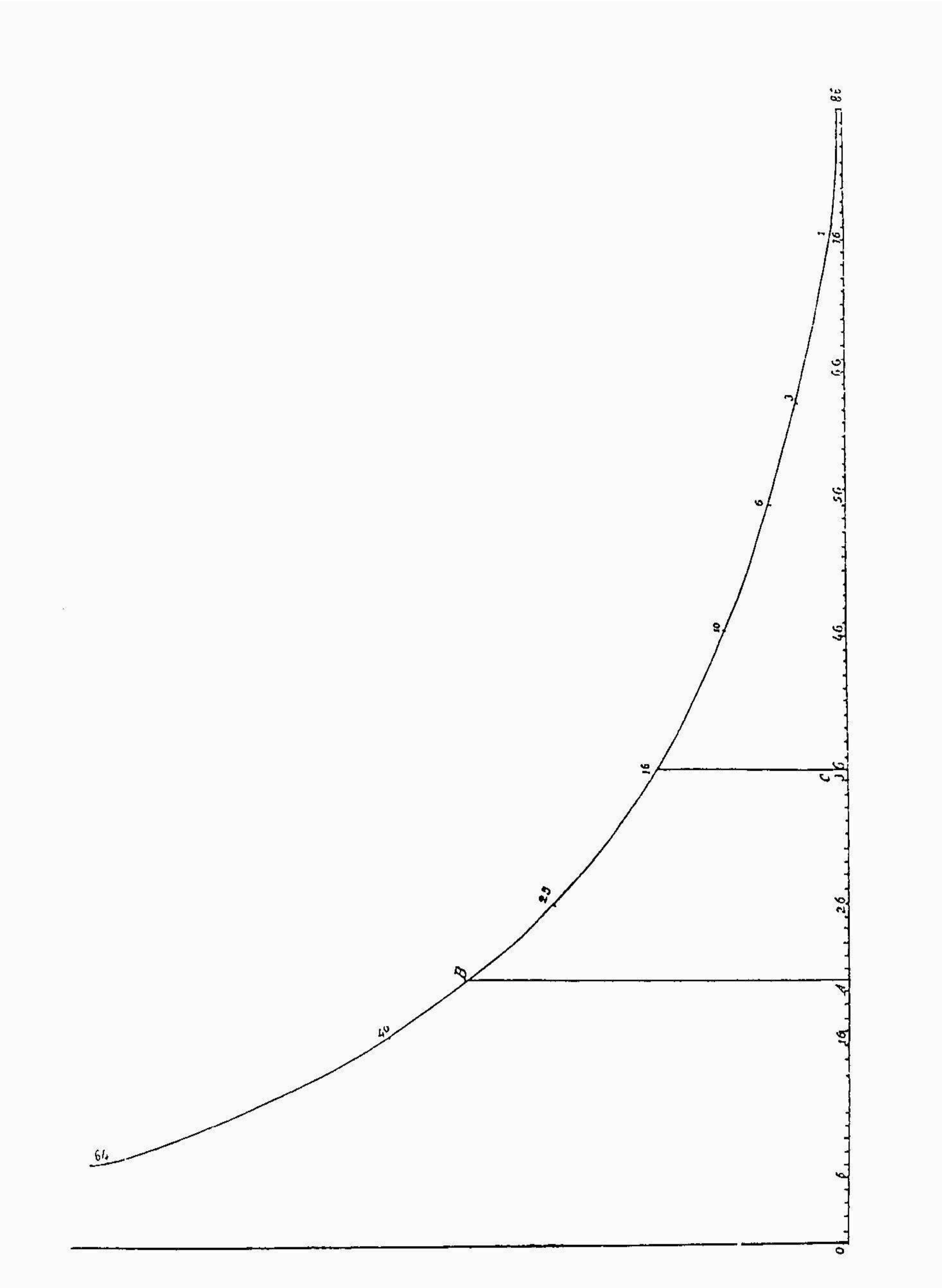


Figure 5. « Ligne de vie » selon Christiaan Huygens (21 novembre 1669)

4. William PETTY, “Another Essay in Political Arithmetick, Concerning the Growth of the City of London : with the Measures, Periods, Causes, and Consequences thereof. 1682.”, London, 1683. *The Economic Writings of Sir William Petty together with the Observations upon the Bills of Mortality more probably by Captain John Graunt*. Ed. C. H. Hull, Cambridge, 1899.

4. 1. PETTY 1 (p. 459) : Wherein Observe, That the Number C. is double to A. and 806 over. That D. is double to B. within 1906. That C. and D. is double to A. B. within 293. That E. is double to C. within 1435. That D. and E. is double to B. and C. within 3341. And that C. and D. and E. are double to A. and B. and C. within 1736. And that E. is above Quadruple to A.

4. 2. PETTY 2 (pp. 460-462) : As for the time in which the People double, it is yet more hard to be found : For we have good Experience (in the said 94 pag. of the afore-mentioned Observations) That in the Countrey, but one of fifty dye *per Annum* ; and by other late Accounts, that there have been sometimes but 24 *Biths* for 23 *Burials*, The which two points, if they were universally, and constantly true, there would be colour enough to say, that the People doubled but in about 1200 Years. As for Example : Suppose there be 600 people, of which let a fiftieth part dye *per Annum*, then there shall dye 12 *per Annum* ; and if the Births be as 24 to 23, then the Increase of the People shall be somewhat above half a Man *per Annum*, and consequently the supposed Number of 600, cannot be doubled but in 1126 Years, which to reckon in round Numbers, and for that the afore-mentioned Fractions were not exact, we had rather call 1200.

4. 3. PETTY 3 (p. 462) : There are also other good *Observations*, That even in the Countrey, one in about 30, or 32 *per Annum* hath dyed, and that there have been five *Births* for four *Burials*. Now, according to this Doctrine, 20 will dye *per Annum* out of the above 600, and 25 will be Born, so as the *Increase* will be 5, which is a hundred and twentieth part of the said 600. So as we have two fair *Computations*, differing from each other as one to ten ; and there are also several other good *Observations* for other *Measures*.

4. 4. PETTY 4 (p. 462) : […] if the *Births* may be 75 of 600, and the *Burials* but 15, then the *Annual Increase* of the People will be 60 ; and so the said 600 People may double in 10 Years, which differs yet more from 1200 above-mentioned.

4. 5. PETTY 5 (pp. 462-463) : Now, to get out of this Difficulty, and to temper those vast disagreements, I took the *Medium* of 50 and 30 dying *per Annum*, and pitch’d upon 40 ; and I also took the *Medium* between 24 *Births* and 23 *Burials*, and 5 *Births* for 4 *Burials*, *viz*. allowing about 10 *Births* for 9 *Burials* […].

4. 6. PETTY 6 (p. 463) : [...] upon which Supposition, there must dye 15 *per Annum* out of the above-mentioned 600, and the *Births* must be 16 *and two Thirds*, and the Increase 1, and two Thirds, or five Thirds of a Man, which Number compared with 1800 *Thirds*, or 600 Men, gives 360 Years for the time of doubling […].

4. 7. PETTY 7 (p. 464) : Now, if the City double its People in 40 Years, and the present Number be 670 Thousand, and if the *whole Territory* be 7 Millions 400 Thousand, and double in 360 Years, as aforesaid, then by the underwritten Table it appears, that *Anno* 1840, the People of the City will be 10718880, and those of the whole Country but 10917389, which is but inconsiderably more. Wherefore it is Certain and Necessary that the *Growth* of the City must stop before the said Year 1840 [...].

4. 8. PETTY 8 (p. 465) : Now, when the People of *London* shall come to be so near the *People* of all *England*, Then it follows, That the *Growth* of *London* must stop before the said Year 1842.

4. 9. PETTY 9 (pp. 463-464) : That if the People double in 360 Years, that the present 320 Millions computed by some Learned Men […] will within the next 2000 Years so increase as to give one Head for every two Acres of Land in the *Habitable* part of the *Earth*. And then, according to the *Prediction* of the *Scriptures*, there must be *Wars* and great *Slaughter*, &c.

4. 10. PETTY 10 (p. 465) : Of the afore-mentioned vast difference between 10 Years and 1200 Years for *doubling* the People, we make this use, *viz*. To justifie the *Scriptures* and all other good *Histories* concerning the *Number* of the People in Ancient Time. For supposing the eight *Persons* who came out of the *Ark*, *Increased* by a Progressive doubling in every 10 Years, might grow in the first 100 Years after the *Flood* from 8 to 8000 [...].

4. 11. PETTY 11 (p. 465) : [...] and that in 350 Years after the *Flood* (when abouts *Noah* dyed) to one Million, and by this time 1682, to 320 Millions (which by rational conjecture, are thought to be now in the World) […].